Introduction

La structure des termes par taux mesure la relation entre les rendements sur ZC qui ne diffèrent que par le terme de leur maturité. En offrant un calendrier complet du taux d'intérêt à travers le temps, la structure des termes dessine les anticipations du marché concernant les évènements futurs. Une explication de cette sutructure nous donne une façon d'extraire cette information et de prédire comment les mouvements des variables sous-jacentes affectent la courbe de rendement (yield curve).

Dans un univers certain, les taux forwards d'équilibres doit coïncider avec les taux spot future, mais dès que l'incertitude concernant les taux futurs sont introduits, l'analyse deviens plus complexe.

Il existe differentes hypotheses d'anticipations, mais elles mettent toute l'accent sur les valeurs futures du taux spot/retour sur investissement.

* Dans sa forme la plus simple, l'hypothese d'anticipations postule que les obligations sont valorisés de sorte que les taux à terme implicites sont égaux au taux au comptant anticipés.

Generalement, cette approche est caractérisée par les propositions suivantes :

* le rendement issu de la détention d'une obligation à long terme est égal au rendement anticipé sur investissement répété sur une série d'obligations à court terme.
* le taux de rendement attendu au cours de la prochaine période de détention est le même pour les obligations de toutes échéances.
* Deuxièmement, l'hypothese de préférence pour la liquidité avancée par Hicks concorde avec l'importance des taux futurs anticipés, mais place plus de poids sur les effets liés de la préférence au risque (aversion) des intervenants du marché. Il affirme que l'aversion au risque aura comme impact que les taux à termes seront systématiquement plus élevés que les taux au comptant prévus d'un montant qui croit avec la maturité. Cette "prime de term" (qui est le montant décrit précedemment) est nécessaire pour inciter les investisseurs à détenir des titres de plus long termes. ("plus risqués").
* Troisièmement, il y a l'hypothese de segmentation du marché de Culbertson & cie, qui offre une explication différente des "primes de termes". Il est affirmé ici que les individus ont de fortes préférences pour la maturité et que les obligations de différentes échéances sont échangés sur des marchés segmentés et distincts. L'offre et la demande d'obligations de maturité particulière sont supposément très peu affectés par les prix d'obligations de maturités voisines. Il n'y a donc aucune raison pour que la "prime à maturité" soit positive ou fonction croissante de la maturité.

Sans tente d'émettre une critique de cette position, il est clair qu'il y a une limite au fait que les obligations de maturité voisines ne sont pas des substituts proches.

La possibilité de subsitution entre obligations est une partie importante de notre théorie que nous développerons.

* Dans leur théorie de "l'habitat préféré", Modigliani et Sutch utilisent certains arguments similaires à ceux de la théorie de la segmentation du marché. Cependant, ils reconnaissent ses limites et les combinent avec des aspects des autres théories. Ils ont défini leur approche comme une justification plausible pour les "primes de maturité" , qui ne les restreignent pas au signe ou à la monotonie, mais plutôt comme une explication causale nécessaire.

Alors que l'objet de telles analyses (modernes et éclectiques) de la structure des termes pour expliquer et tester les "primes de maturité" est souhaitable, il y a deux difficultés avec cette approche.

1. Premièrement, nous devons mieux comprendre les déterminants de la "prime de maturité". Les théories précédentes ne sont essentiellement que des hypothèses qui avance un peu plus que ce que les taux forward/à terme devraient ou pas égaler le taux au comptant prévu?
2. Deuxièmement, toutes les théories sont formulées dans des termes "ex-ante" et elles doivent être liées à des réalisations "ex-post" pour être testable.

Les tentatives pour étudier ces deux éléments constitutent le quatrième volet de l'étude de la structure des termes. Roll, par exemple, a construit et testé un modèle de moyenne/variance qui étudies les obligations symétriquement à d'autres actifs, et a utilisé une condition d'efficience des marchés pour relier les concepts "ex-ante" et "ex-post".

Si l'hypothèse de rationalité exige que les réalisation ex-post ne diffèrent pas systématiquement des observations "ex-ante", des tests statistiques peuvent être effectués sur des observations "ex-ante" en usant des données "ex-post".

Nous considérons le problème de la détermination de la structure des termes comme étant un problème relevant de la théorie de l'équilibre général, et notre approche contient des éléments de toutes les théories précédentes.

Les anticipations d'évènements futurs sont importantes, tout comme le degré de préférence au risque ainsi que les caractéristiques d'autres alternatives d'investissement. De plus, les individus peuvent avoir des préférences spécifiques sur le moment de leur consommation, et donc, avoir, dans un ce sens, un habitat privilégié.

Notre modèle permet donc de proposer des prévisions détaillées de l'effet sur la structure par terme de changement opérés dans un large éventail de variables sous-jacentes.

Le plan du papier est le suivant :

* la Section 2 résume le modèle d'équilibre développé par Cox, Ingersoll, Ross et le spécifie pour étudier la structure par terme.
* la Section 3 nous dérivons et analysons un modèle qui conduit à une description par un seul facteur de la structure par terme.
* la Section 4 montre comment ce modèle peut être appliqué à d'autres titres connexes tels que les options sur obligations.
* dans la Section 5, nous comparons notre approche d'équilibre général avec une approche alternative basée purement sur l'arbitrage.
* dans la Section 6, nous considérons des modèles de structure par terme plus généraux et nous montrons comment les prix du marché des obligations peuvent etre utilisés comme variables instrumentales dans les analyses empiriques de la théorie.
* la section 7 présente certains modèles incluent les effets d'une inflation aléatoire
* enfin, la section 8 propose quelques commentaires pour conclure de ce travail.

Equilibre général

Dans cette section, nous passons brièevement en revue et spécifions le modèle d'équilibre général de CIR. Le modèle est une complète description intertemporelle d'une économie concurrentielle à temps continu. Nous rappelons que dans cette économie, il y a un bien unique et toutes les valeurs sont mesurées en unités de ce bien.

• Les opportunités de production consistent en un ensemble de n activités linéaire.

• Le vecteur des taux de rendement attendus/anticipés sur ces activités est a.

• La matrice de covariance des taux de rendement est GG'.

• Les composantes de a et G sont des fonctions d'un k-vecteur dimensionnel Y qui représente l'état de la technologie et est lui-même en "mouvement aléatoire" avec le temps.

Le développement de Y détermine donc les opportunités de production qui seront disponibles pour l'économie à l'avenir.

• Le vecteur des changements attendus/anticipés dans Y est u.

• La matrice de covariance des changements attendus/anticipés est SS'.

L'économie est composée de personne identiques, dont chacune cherche à maximiser une fonction objective de la forme :

où C(s) est le flux de consommation au moment s, U est une fonction d'utilité de type VNM, et t' est la date finale.

En effectuant cette maximisation, chaque individu choisit sa consommation optimale C\*, la proportion optimale a\* de la richesse W à investir dans chacun des processus de production, et la proportion b\* de richesse à investir dans chacune des créances éventuelles.

Ces "créances éventuelles" sont des titres crés de manière endogène dont les gains sont fonctions de W et Y.

Soit créances = f(W,Y).

La richesse restante à investir dans l'emprunt ou le prêt au taux d'intérêt r est alors déterminé par la contrainte budgétaire.

La fonction J, utilité indirecte, est déterminée par la solution au problème de maximisation. A l'équilibre de cette "société homogène", le taux d'intérêt et les taux de rendement des créances éventuelles doivent s'ajuster jusqu'à ce que toute la richesse soit investie dans les processus de production pjysiques. Cet investissement peut être fait soit directement par les particuliers ou indirectement par des entreprises.

Par conséquent, la valeur d'équilibre de J est donnée par la solution à un problème de planification avec seulement les processus de production physiques disponibles.

Modèle monofactoriel de la structure par terme des taux.

Dans notre premier modèle de la structure par terme des taux, nous supposons que l'état de la technologie peut être représenté par une seule statistique ou variable d'état. C'est notre modèle le plus fondamental, et nous l'examinerons en détail. Cela servira à illustrer comment une analyse similaire détaillée peut être menée pour les modèles plus compliqués qui suivent dans les sections 5 et 6.

Ainsi, nous faisons les hypothèses suivantes :

• H1 : la modification des opportunités de production dans le temps est décrite par une seule variable d'état, Y (= Y1).

• H2 : les moyennes et variances des taux de rendement des processus de production sont proportionnel à Y. De cette manière, ni les moyennes ni les variances ne détermineront la décision de portefeuille pour les grandes valeurs de Y. La variable d'etat Y peut être considéré comme celui qui détermine le taux d'évolution du stock de capital dans les sens suivants :

• si nous comparons une situation où Y = Y, une constante avec une situation dans laquelle Y = 2Y, alors la première situation à la même distribution de taux de rendement sur un investissement fixe dans un processus sur deux ans que la seconde situation sur une période d'un an.

• Nous supposons que les éléments a et G sont tels que les éléments de a\* donnés par (11) sont positifs, de sorte que tout les processus sont toujours actifs et que 1′ ((GG′)−1)a est supérieur à un.

• H3 : le développement de la variable d'état Y est donné par l'equation differentielle stochastique suivante (eq 13)